

RJEŠENJE: 4.7 Zadatak 5.4)

I - Istarživanje funkcije: – Područje definicije: svaki $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

– Limesi na rubovima područja definicije

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x}} &= 1, & \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}} &= 0, & \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} &= \infty\end{aligned}$$

– Funkcija je parna i nije periodična.

– Nultočke: razlomljena funkcija ima vrijednost nula u nulama brojnika, zato je

$$\begin{aligned}f(x) = 0 &\Rightarrow e^{\frac{1}{x}} \neq 0 \text{ za svaki } x. \\ &\text{nema nultočaka}\end{aligned}\tag{1}$$

II - istraživanje funkcije $f'(x)$

$$\begin{aligned}f'(x) &= -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}; \\ e^{\frac{1}{x}} &\neq 0\end{aligned}$$

nema stacionarnih točaka, pa nema ni ekstrema.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
predznak f'		–	–
tijek f-je f		\searrow	\searrow

III - istraživanje funkcije $f''(x)$

$$\begin{aligned}f''(x) &= \frac{e^{\frac{1}{x}} + 2xe^{\frac{1}{x}}}{x^4}, \\ e^{\frac{1}{x}} + 2xe^{\frac{1}{x}} &\neq 0\end{aligned}$$

nema točka pregiba : $f''(x) \neq 0$ uvijek

x	$-\infty$	0	$+\infty$
predznak f''		-	+
konveksnost f		\frown	\smile

IV - Asimptote a) **Horizontalne asimptote:** Iz koraka I imamo: kad $x \rightarrow \pm\infty$ funkcija $f(x) \rightarrow 1$, pa je pravac $y = 1$ horizontalna asimptota ove funkcije.

b) **Vertikalne asimptote:** Funkcija u točkama prekida ima vertikalne asimptote, tj. pravac $x = 0$ (y - osa) je vertikalna asimptota.

c) **Kose asimptote:** Za koeficijent k kose asimptote imamo

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} = 0$$

funkcija nema kosih asimptota.

V - Graf funkcije

