

## RJEŠENJE: 4.7. Zadatak 4.4

---

**I - Istarživanje funkcije:** – Područje definicije: svaki  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$ .

– Limesi na rubovima područja definicije

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} &= 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} &= \infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} &= -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = \infty\end{aligned}$$

– Funkcija nije ni neparna, ni parna, ni periodična.

– Nultočke: razlomljena funkcija ima vrijednost nula u nulama brojnika, zato je

$$\begin{aligned}f(x) = 0 &\Rightarrow x^2 - 2x + 4 = 0 \\ D &= 2 - 16 < 0 : \text{ nema nul točaka}\end{aligned}$$

**II - istraživanje funkcije  $f'(x)$**

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{-8x + 8}{(x^2 - 2x)^2}; -8x + 8 = 0 \\ x &= 1. \text{ S.T.}\end{aligned}$$

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
predznak $f'$		+	+	-	-
tijek f-je $f$		$\nearrow$	$\nearrow$ M	$\searrow$	$\searrow$

$$M = f(1) = -3, \text{ maksimum } (1, -3)$$

**III - istraživanje funkcije  $f''(x)$**

$$\begin{aligned}f''(x) &= \frac{24x^2 - 48x + 32}{(x^2 - 2x)^3}, \\ 8(3x^2 - 6x + 4) &= 0; D = 36 - 48 < 0 \\ \text{nema točka pregiba} &: f''(x) \neq 0 \text{ uvijek}\end{aligned}$$

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
predznak $f''$		+	-	
konveksnost $f$		∪	∩	∪

**IV - Asimptote a) Horizontalne asimptote:** Iz koraka I imamo: kad  $x \rightarrow \pm\infty$  funkcija  $f(x) \rightarrow 1$ , pa je pravac  $y = 1$  horizontalna asimptota ove funkcije.

**b) Vertikalne asimptote:** Funkcija u ročkama prekida ima vertikalne asimptote, tj. pravci  $x = 0$  ( $y$ -osa) i  $x = 2$  su vertikalne asimptote.

**c) Kose asimptote:** Za koeficijent  $k$  kose asimptote imamo

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = 0$$

funkcija nema kosih asimptota.

**V - Graf funkcije** U crtajte vertikalnu i kosu asimptotu sami.

