

Zadatak 9: Konveksnost i konkavnost

1. Odrediti intervale konveksnosti, odnosno konkavnosti, i točke pregiba funkcije

$$f(x) = (x - 1)^2(x + 2)^2$$

Rješenje: Navedeno ćemo napraviti uz pomoć druge derivacije

$$\begin{aligned} f''(x) &= (f'(x))' = (4x^3 + 6x^2 - 6x - 4)' \\ &= 12x^2 + 12x - 6 = 6(2x^2 + 2x - 1) \end{aligned}$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 6(2x^2 - 2x - 1) = 0$, rješenja ove jednadžbe su

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{4} \text{ odnosno } x_1 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} \text{ i } x_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$$

Tablica sada izgleda ovako

x	$-\infty$	$\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	$+\infty$
predznak f''	+	-	+	
f-ja f	⌋	p_1	⌋	p_2

Funkcija ima dvij točke pregiba

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} \approx -1,37, x_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \approx 0,37$$

i vrijednost funkcije u tim točkama je

$$f(x_1) = f(-1,37) \approx 2,23 \text{ i također}$$

$$f(x_2) = f(0,37) \approx 2,23$$